

А.К. Черкашин

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ И СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ДАННЫХ С УЧЕТОМ СОСТОЯНИЯ ЗДОРОВЬЯ И КАЧЕСТВА ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ

ФГБУН «Институт географии им. В.Б. Сочавы» СО РАН (Иркутск)

Интересные возможности для развития доказательной медицины и формирования комплексного знания о здоровье предоставляет методология полисистемного анализа, особенностью которой является многоаспектное и сквозное описание объектов средствами различных системных аксиоматических теорий, упорядочивающих информацию через вывод знаний из наборов базовых понятий и законов.

Различные понятия, связанные с представлением о здоровье, рассматриваются как интерпретации образа жизни в разных сквозных системно-теоретических конструкциях. Предложены модели, отражающие представления об уровне, качестве, стиле, укладе и стандарте жизни населения. Показана взаимосвязь этих понятий и моделей. По данным о динамике населения Иркутской области рассчитываются индексы фоновой смертности и состояния общественного здоровья. Построены модели их нелинейной зависимости от величины валового регионального продукта на душу населения.

Качество жизни раскрывается через понятие «полезность», отражающее работоспособность, жизненную активность, реализуемость человека в обществе. Полезность рассматривается как аналог свободной энергии и складывается из частных потенциалов состояния системы и ее среды, согласно уравнению Эйлера. На основе уравнений потока событий с источником описывается биологическая и фоновая смертность населения. Фоновая смертность используется для расчета индикатора качества жизни. Ее колебания рассчитываются путем сопоставления с показателями базового 1988 года по функции Гомперца – Мейкема. Значения индикаторов сравнивались со значением потенциалов социально-экономического развития области и их соотношениями с помощью нелинейных функций, удовлетворяющих уравнению полезности со смещенными значениями переменных. Отмечены достоверные связи качества жизни и показателя бедности (доли населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума) с величиной удельного валового регионального продукта.

Предлагаемая система понятий и моделей позволяет осознано находить новые квалитетические методы расчета качества и уровня жизни, решая прямые и обратные задачи моделирования.

Ключевые слова: методология математического моделирования, показатели качества жизни, факторы динамики населения

METHODOLOGICAL BASIS OF MATHEMATICAL MODELING OF DEMOGRAPHIC DYNAMICS AND OF STATISTICAL ANALYSIS OF TIME SERIES OF DATA ACCOUNTING THE STATE OF HEALTH AND QUALITY OF LIFE OF POPULATION

A.K. Cherkashin

V.B. Sochava Institute of Geography SB RAS (Irkutsk)

Methodology of polysystem analysis provides interesting possibilities for the development of evidence-based medicine and the formation of complex knowledge on the health. The peculiarity of the methodology is multi-faceted and through description of objects by means of various system axiomatic theories that organize the information by the generation of new knowledge from a set of basic concepts and laws.

Various concepts related to the concept of health are considered as interpreting the way of life in different through system-theoretical constructions. The models that reflect the idea of the level, quality, style, way and standard of life of the population are proposed. The interrelations of these concepts and models are shown. Indices of the background mortality and the public health using data on the dynamics of the population in the Irkutsk region are calculated. Models of their non-linear dependence on the specific GRP per capita are made.

The quality of life is revealed as the concept of "utility", reflecting the performance, vitality and feasibility of the individual in society. The utility is regarded as an analogue of the free energy and the function of partial potentials of the system and its environment according to the Euler equation.

The biological and background mortality is described on the basis of the equations of the flow of events with the source. The background mortality is used to calculate an indicator of quality of life. Its fluctuations are calculated by comparing with the data of year 1988 using functions by the Gompertz – Makeham. Indicator values were compared with values of potentials of economic development in the region and its ratios with help of the non-linear functions that satisfy the equation of utility with deviating variables. The significant relation the quality of life and poverty rate (percentage of population with incomes below the subsistence minimum) with value of the gross regional product per capita is demonstrated. The proposed system of concepts and models allows us to find new methods for calculating quality and level of life, solving direct and inverse problems of modeling.

Key words: methodology of mathematical modeling, quality of life indices, factors affecting the dynamics of the population

ВВЕДЕНИЕ

Методологическое понимание путей решения сложных проблем – необходимое условие для про-

ведения теоретических исследований, эффективного поиска методов математического моделирования и анализа накопленных данных. Интересные возмож-

ности в этом отношении предоставляет методология полисистемного анализа и синтеза [10, 12], особенностью которой является многоаспектное описание объектов средствами различных системных аксиоматических теорий, упорядочивающих информацию через вывод знаний из наборов базовых понятий и законов. В каждой теории объект воспринимается по-своему, описывается в терминах специального языка исследований так, что понятия одной теории имеют аналоги среди множества понятий другой теории, сопоставимы друг с другом, хотя обладают различным тематическим содержанием. Такие теории являются сквозными, т.е. отражают закономерности строения и развития разнокачественных образований (природа, хозяйство, население, живые и неживые объекты). Они описывают системы разного рода: динамические, комплексные, функциональные, таксономические, структурные и др. В каждом случае элементы и связи систем описываются по-разному, что определяет различие математических моделей представления данных и знаний. При решении сложных проблем приходится проецировать ее содержания в одну или несколько предметных областей и использовать соответствующие теоретические схемы для системного анализа. Применение подобных исследовательских процедур будет полезным вкладом в развитие доказательной медицины.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Индивидуальное здоровье человека, по определению ВОЗ, связано с состоянием полного физического, психического и социального благополучия [5], т.е. соответствует медико-социальной норме, отклонение от которой порождает положительные и отрицательные последствия для человеческой жизни. Такое широкое определение связывает представление о здоровье с другими важными категориями медицинской науки: (здоровый) образ жизни, уровень, качество, стандарт, смысл, стиль и уклад жизни и др. Все они отражают разные слои знания о человеке и обществе, по отношению к которым «здоровье» выступает комплексным понятием, где синтезируются отдельные качества в целостное представление о человеке. Иными словами, здоровье и есть норма типичного существования организмов, популяций, сообществ и территориальных объектов как комплексов, поэтому соответствующее понятие является сквозным, широко используемым в разных науках, и не только в образном выражении (здоровье нации, здоровье экономики). Это связано с тем, что в теоретическом смысле медицина как комплексная наука о здоровье и патологии пересекается с другими областями комплексного знания: геологией, географией, историей, техникой, педагогикой и т.д. По этой причине, в частности, справедливо говорить о здоровье Земли в разных территориальных масштабах его проявления, например, о естественной норме и антропогенной нарушенности ландшафтов. Это позволяет заимствовать разные методические идеи для понимания особенностей сложных образований как функционального подобия слагающих их функциональных систем-компонентов (по П.К. Анохину),

индексации и классификации индивидуальных объектов по свойственным им естественным функциям и отклонениям от нормы функционирования.

Каждый термин отражает состояние здоровья в определенной системно-теоретической интерпретации. В качестве общего понятия имеет смысл рассматривать «образ жизни» – философско-социологическую общеисторическую категорию, охватывающую совокупность разных видов и периодов жизнедеятельности людей, социальных групп и общества в целом в единстве с условиями жизни и учитывающую взаимосвязь различных сфер жизни людей [2]. В таком контексте образ жизни определяется объемом собственности в широком понимании (собственные имущество, честь и достоинство, значение, круг общения). Образ жизни альтернативен по содержанию понятию «здоровье» при их рассмотрении в координатах «простое – сложное», «общее – единичное», «абстрактное – конкретное». Тогда все интерпретации здоровья становятся *формой конкретизации образа жизни* [9] для индивидуальных объектов разной сложности и масштаба. Так, Ю.П. Лисицын [7] выделяет четыре таких конкретизации: экономическую – уровень жизни; социологическую – качество жизни; социально-психологическую – стиль жизни; социально-экономическую – уклад жизни. Подобная комбинаторная спецификация полностью не исчерпывает содержания перечисленных сквозных понятий, по существу требующих учета на равных всех биологических, экономических и социальных качеств. Равные по объему сквозные понятия распределяются по предметным слоям знаний, а следовательно, различаются методами моделирования и расчета значений величин. Теоретические типы моделей выявляются на основе особенностей постановки задачи исследования и адекватного ей набора базовых понятий и законов.

Например, уровень жизни отражает степень удовлетворения материальных, бытовых и культурных запросов человека и групп населения. Это характеристика функциональной теории систем, учающей причинно-следственные связи показателей (факторов) состояния объектов [10, 11]. Этот подход к моделированию напоминает концепцию экологических ниш – степени реакции на воздействие множества факторов существования видов и популяций (по Дж.Э. Хатчинсону). Имеется оптимальный уровень жизни с наибольшей степенью удовлетворения и пониженный уровень, связанный преимущественно с недостатком жизненных факторов. Факторы оказывают сочетанное влияние на уровень жизни φ , которая оценивается комплексными показателями, учитывающими вес каждого фактора: социально-экономические (50–55 %), экологические (20–25 %), биологические (15–20 %), медицинские факторы (8–10 %) [8]. Различаются факторы положительного и отрицательного влияния, и воздействие в целом выражается разницей состояния системы x и состояния среды y :

$$\Delta x = x - y; \varphi = \varphi(x - y) \quad (1).$$

С этим связано представление о биологическом возрасте Δx – временной характеристики реального

состояния организма. Смещение возраста u становится комплексной оценкой для расчета уровня жизни $\varphi = \varphi(x - y)$, например, при оценке выживаемости, риска жизнедеятельности.

Стиль жизни — совокупное поведение человека или группы людей в повседневной жизни. Здесь используются модели в виде дифференциальных уравнений гомеостатического адаптивного регулирования и устойчивого развития вида [10]:

$$\frac{d(x_i - y_i)}{dt} = \sum_j a_{ji}(x_j - y_j) \quad (2),$$

где $x_i(t), y_i(t)$ — текущие (изменяющиеся во времени t) и нормативные параметры поведения человека. Сила взаимодействия параметров поведения определяется степенью их отклонения от принятых образцов $y_i(t)$, при реализации которых человек ощущает себя наиболее комфортно. Коэффициенты взаимодействия a_{ji} определяются «жизненными зарядами»: интересами и ценностями, способностями и потребностями, спросом и предложением и т.д. Смена стиля жизни, согласно (2), может осуществляться плавно со временем или сопряжена со скачкообразным переходом на новые образцы поведения $y_i \rightarrow y_k$, что влияет на состояние здоровья.

Нормативный образ y_i жизни людей оформляется в представлении об укладе жизни — типологической категории, отражающей преимущества, нормы и правила реализации разнообразных видов социального поведения человека. Уклад жизни соответствует таксономической единице классификации образов жизни в историко-формационном пространстве и в конкретных координатах параметров поведения, иллюстрирующих это пространство, в частности, в показателях стандарта жизни. Стандарт жизни — это приемлемая степень удовлетворения (государством или обществом) необходимых потребностей человека и социальных групп (стоимость потребительской корзины, прожиточный минимум), нижний предел изменчивости параметров выбранного стиля жизни. Это количественное выражение фоновой характеристики историко-географического выражения образа жизни, соответствующего стандарту. Стандарт здесь понимается как шаблон или трафарет, не содержащий ничего оригинального и отражающий тривиальное состояние системы, адекватное фоновым характеристикам. Индивидуальное поведение в рамках стиля жизни формируется над этим нижним уровнем и связано с относительной величиной благосостояния. Понятно, что изменение стиля жизни выражается в переходе с одного уровня стандарта жизни на другой, что математически описывается в терминах конечных автоматов.

Качество жизни рассматривается [4] как степень удовлетворенности человека всеми сторонами жизни, предполагающей наличие условий обеспечения его основных потребностей, развитие способностей и реализации активной деятельности по выполнению своей функции (полезности) в обществе. Качество жизни понижается при отклонении потребностей от уровня их удовлетворения и при невозможности проявить себя в силу внешних и внутренних ограни-

чений, что приводит к неполной реализации ролевой функции или к отказу от ее исполнения. Ключевым здесь является понятие «полезность», отражающее работоспособность, жизненную активность, реализуемость человека в обществе. Полезность U зависит от индивидуальных потенциальных свойств человека x и окружающей его среды y так, что разность $U(x) - U_0(y)$ выступает как аналог свободной энергии, складывающейся из различия потенциалов $z_i = x_i - y_i$:

$$U - U_0 = \sum_i z_i \frac{\partial}{\partial z_i} (U - U_0) \quad (3).$$

Уравнение Эйлера (3) имеет множество решений, соответствующих разной метрике пространства $z = \{z_i\}$, в частности, в линейной форме $U - U_0 = \sum_j a_{ji} z_j = \sum_j a_{ji} (x_j - y_j)$, что соответствует правой части уравнения регулирования (3), т.е. варьирование параметров стиля жизни определяется величиной качества жизни. Уровень жизни, согласно (1), можно определить в виде $\varphi = \varphi(x - y) = k(U - U_0) = k(x - y) \varphi(x, y)$. В этом случае расчетная формула φ будет решением уравнения (3). Множественность вариантов расчета качества жизни по уравнениям, удовлетворяющим соотношению (3), делает этот показатель полезности жизни узловым в определении различных формул, характеризующих здоровье в показателях отклонения его состояния от нормы. Этим демонстрируется относительность показателя качества жизни, который в экономических терминах можно трактовать как производственную функцию. Получается так, что в зависимости от постановки задачи качество жизни необходимо каждый раз рассчитывать специально, поскольку структура пространства взаимодействия в системах разного рода различается. На практике преобладают линейные схемы расчета [1] этого показателя по частым характеристикам с разными способами оценки постоянных весовых коэффициентов a_{ji} иногда с выделением активной составляющей $z_i = x_i - y_i$, которая должна учитываться в вычислениях.

При решении задач прогнозирования используются динамические уравнения, описывающие поток событий с источником:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} = \alpha \mu(t, x, y) \quad (4).$$

Например, $\mu(t, x, y)$ — биологическая смертность населения, зависящая от времени t , возраста x и состояния общественного здоровья y во временных показателях ($\Delta x = x - y$ — биологический возраст). Вариант решения этого уравнения:

$$\begin{aligned} \mu(t, x, y) &= C \exp(\alpha t) \Phi(x - t, x - y) = \\ &= C \exp(\alpha t) \exp(\beta(x - t)) \exp(\gamma(x - y)) = \\ &= C \exp((\alpha - \beta)t) \exp((\beta + \gamma)x) \exp(-\gamma y), \end{aligned}$$

где α — коэффициент интенсивности роста смертности; C, β, γ — индивидуальные константы демографической системы, которые необходимо оценить. Величина $\alpha - \beta$ определяет тенденцию изменения смертности, и при ее положительном значении со временем смертность будет возрастать. Сумма $\beta + \gamma$ равна коэффициенту старения популяции с возрас-

том. Значение γ определяет силу факторного влияния среды, возникающую в том числе в результате улучшения качества здравоохранения. Величину γ имеет смысл рассматривать как внутрисистемный показатель варьирования общественного здоровья. Значение $K(y) = \exp(-\gamma y)$ – поправочный коэффициент, учитывающий это влияние.

Коэффициент $\mu(t, x, y) = \mu_1(t, x, y) - \mu_0(t, x)$ равен разности общей смертности $\mu_1(t, x, y)$ и фоновой смертности $\mu_0(t)$, поэтому

$$\begin{aligned} \mu_1(t, x, y) &= \mu_0(t) + CK(y)K_1(t)\exp((\beta + \gamma)x), \\ K_1(t) &= \exp(-(\alpha + \beta)t) \end{aligned} \quad (5).$$

Это известная функция Гомпертца – Мейкема [3] с дополнительными параметрами. Сравнение текущего вида функции $\mu_1(t, x, y)$ с базовым $\mu_1(t_0, x, y_0)$ дает соотношение

$$\begin{aligned} \mu_1(t, x, y) &= \mu_0(t) + C_0 [\mu_1(t_0, x, y_0) - \mu_0(t_0)], \\ C_0 &= \frac{K_t(t_0)}{K(y_0)} K_0(t, y) \end{aligned} \quad (6),$$

$$L(t, y) = -\ln \frac{K_t(t_0)}{K(y_0)} K_0(t, y) = \gamma y + (\alpha + \beta)(t - t_0) - \ln K_t(t_0) + \ln K(y_0)$$

где $L(t, y)$ – дополнительное смещение зависимости функции от возраста. Эта величина линейно изменяется с ростом причинно обусловленного общественного здоровья y и со временем t .

Расчеты значения $L(t, y)$ осуществлялись по временной серии данных по смертности мужского населения Иркутской области по пятилетним возрастным группам, исключая младенческую смертность и смертность в возрасте $x > 85$ лет. Материалы предоставлены Ангарским филиалом ФГБУ «Восточно-Сибирский научный центр экологии человека» СО РАМН, где проводится мониторинг медико-демографических процессов в регионе [6, 13]. Исходные данные $\mu(t, x)$ показывают число смертей в группе возраста x с интервалом возраста $\Delta x = 5$ в расчете на 100000 человек населения в течение года t за период времени с 1986 по 2009 гг. Показатели 1986 года ($t = 0$) приняты за эталон сравнения. Достоверность линей-

ных зависимостей определяется по коэффициенту корреляции r на уровне значимости $p > 0,99$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Вычисления проводились по первому уравнению (6) с определением методом регрессионного анализа ($r > 0,99$) фоновой смертности $\mu_0(t)$ и значения C_0 , откуда рассчитывалось $L(t, y) = -\ln C_0$ (рис. 1). Фоновая смертность мужского населения Иркутской области с 1988 г. постепенно увеличивалась с падением в 1996 и 2006 г. В изменении поправки $L(t, y)$ временных тенденций не прослеживается, но заметна негативная реакция общественного здоровья на реформы конца 1980–1990 гг. и социально-экономический кризис 1998 г. Из результатов расчетов следует, что в последнее время показатель общественного здоровья как отрицательной поправки на влияние возраста на смертность, вернулся к дореформенным значениям 1980-х годов, но фоновая смертность еще превышает прежний уровень. Восстановление общественного здоровья после 1993 г. проходит по модели устойчивого адаптивного поведения вида (2):

$$d(L - L_0)/dt = a(L - L_0) = -0,33L$$

Общая независимость величины $L(t, y)$ от времени дает основание полагать $\alpha - \beta = 0$. Следовательно, коэффициент старения $\beta + \gamma = \alpha + \gamma$ определяется величиной базового коэффициента α и индивидуальной поправкой γ . За годы реформ коэффициент старения по расчетам снизился с величины 0,078 до 0,068 год⁻¹, и эти изменения хорошо коррелированы ($r = -0,95$) с колебаниями фоновой смертности, что в силу постоянства β в основном сказывается на падении величины α .

Рассчитав по данным о динамике демографической системы фоновые $\mu_0(t)$ и управляющие $L(t, y)$ параметры, можно сравнить их с показателями социально-экономического развития области. Большинство из этих показателей имеют тенденцию к росту или к снижению и на различных этапах по-разному влияют на указанные параметры. Наблюдаемая



Рис. 1. Изменение со временем относительной фоновой смертности $\mu_0(t)/1000$ человек/год (1) и показателя общественного здоровья $L(t, y)$ (2) мужского населения Иркутской области.

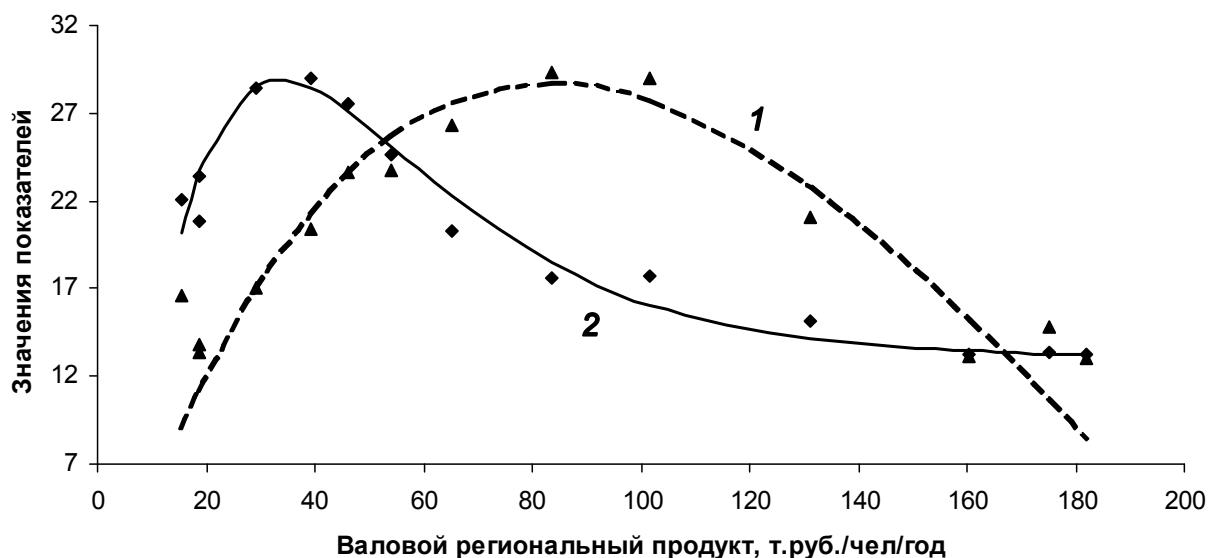


Рис. 2. Зависимость величин фоновой смертности ($\mu_0(t) \times 150$ усл. ед./год) (1) ($\beta = 2,63$; $\gamma = 0,0065$; $\mu_{00} = -0,8$; $V_0 = -70$) и доли бедного населения R (%) (2) ($\beta = 1,94$; $\gamma = 0,045$; $R_0 = 13,1$; $V_0 = -11$) от объема валового регионального продукта Иркутской области за 1996–2009 гг. Значки соответствуют исходным данным, линии – аппроксимациям данных по формуле (7).

реакция $\mu_0(t)$ и L на явления социально-экономического кризиса позволяет использовать в качестве основного фактора показатель бедности R – доли населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума (% от общей численности населения). Для периода 1993–2009 гг., за исключением кризисных 1998–2001 гг., имеется отрицательная линейная зависимость $L = -0,012R + 0,17$ ($r = -0,92$). Величина $\mu_0(t)$ разнонаправлено связана с валовым региональным продуктом V на душу населения (тыс. рублей за один год):

$$\mu_0(t) = 1,46 \cdot 10^{-3} V(t) + 0,068, r = 0,97 \text{ (1996–2004 гг.)},$$

$$\mu_0(t) = -1,24 \cdot 10^{-3} V(t) + 0,299, r = -0,96 \text{ (2005–2009 гг.)}.$$

Эти закономерности имеет смысл аппроксимировать одной нелинейной зависимостью вида

$$F - F_0 = \beta(V - V_0) \exp[-\gamma(V - V_0)], \quad (7)$$

где β, γ – индивидуальные константы. Функция $F(V, V_0)$ соответствует μ и R – зависимостям от валового регионального продукта V и его среднего смещения V_0 (рис. 2). При соответствующих значениях констант получено хорошее соответствие ($r > 0,94$) исходных данных и функции (7).

Выражение (7) является решением $F(V, V_0)$ не зависящего от времени уравнения (4) при $\alpha = 0$. Оно будет являться решением уравнения (3), если добавить еще одну переменную $C - C_0$ и записать соотношение (7) в виде

$$R = \beta(V - V_0) \exp\left[-\gamma_0 \frac{V - V_0}{C - C_0}\right], \gamma = \gamma_0 / (C - C_0).$$

Из этой функции получается уравнение (7), если разность $\Delta C = C - C_0$ постоянна. Уравнение (7) достаточно хорошо аппроксимирует связь демоэкономических показателей с V и позволяет аналогично связать индекс L с V . Зависимость получается менее строгая, что можно объяснить изменчивостью еще какого-то фактора состояния общественного здоровья, коле-

бание которого во времени несложно выделить по изменению γ .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разные понятия, связанные с представлением об общественном здоровье, рассматриваются как различные системно-теоретические интерпретации образа жизни, что позволяет для каждого типа понимания предложить свои модели и методы анализа данных, продемонстрировать их перекрестные связи, например, влияние качества жизни на стиль жизни. Зависимости показателей хорошо аппроксимируются нелинейными функциями, если использовать смещенные значения показателей. Сами функции являются решениями уравнений в частных производных первого порядка, лежащие в основе соответствующих теоретических конструкций со специальным пониманием элементов и связей систем разного рода. Это позволяет осознано подходить к поиску квалиметрических методов расчета качества и уровня жизни, решая прямые и обратные задачи моделирования.

Работа выполнена при поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект № 11-06-00540а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А. Межстрановой анализ интегральных категорий качества жизни населения (эконометрический подход). Препринт WP/2001/124. – М.: ЦЭМИ РАН, 2001. – 60 с.
2. Большой энциклопедический словарь / Под ред. А.М. Прохорова; изд. 2-е. – М.: Изд-во БРЭ. – 2004. – 1456 с.
3. Гаврилов Л.А., Гаврилова Н.С. Биология продолжительности жизни. – М.: Наука, 1991. – 385 с.
4. Какорина Е.П. Социально-гигиенические особенности формирования здоровья населения в

современных условиях: Автореф. дис. ... докт. мед. наук. – М., 1999. – 48 с.

5. Колбанов В.В. Валеология: основные понятия, термины и определения. – СПб.: ДЕАН, 1998. – 232 с.

6. Лещенко Я.А. Кризис в общественном здоровье и социально-демографическом развитии: главные проявления, причины, условия преодоления. – Иркутск: РИО НЦ РВХ ВСНЦ СО РАМН, 2006. – 276 с.

7. Лисицын Ю.П. Образ жизни и здоровья населения. – М.: Знание, 1982. – 40 с.

8. Лисицын Ю.П. Общественное здоровье и здравоохранение. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2010. – 512 с.

9. Философский энциклопедический словарь. — М.: Сов. энциклопедия. – 1983. — 840 с.

10. Черкашин А.К. Полисистемное моделирование. – Новосибирск: Наука, 2005. – 280 с.

11. Черкашин А.К. Особенности моделирования сочетанного влияния экологических факторов // Бюл. ВСНЦ СО РАМН. – 2005. – № 8. – С. 80–85.

12. Cherkashin A.K. Polysystem modelling of geographical processes and phenomena in nature and society // Mathematical Modelling of Natural Phenomena. – 2009. – Vol. 4, N 5. – P. 4–20.

13. Cherkashin A.K., Leshchenko Ya.A. Mathematical modeling and quantitative analysis of the demographic and ecological aspects of Russian supermortality // Mathematical Modeling Natural Phenomena. – 2010. – Vol. 5, N 6. – P. 243–258.

Сведения об авторах

Черкашин Александр Константинович – доктор географических наук, профессор, заведующий лабораторией теоретической географии ФГБУН «Институт географии им. В.Б. Сочавы» СО РАН (664033, Иркутск, ул. Улан-Баторская, 1; тел.: 8 (3952) 42-82-50; e-mail: cherk@mail.icc.ru)